期末試験用公式集 (工科系数学 I 及び演習)

初等関数の微分

a は定数, e はネピアの数とする.

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(e^x)' = e^x \qquad (a^x)' = (\log a)a^x$$

$$(\log x)' = \frac{1}{x} \qquad (\log_a x)' = \frac{1}{(\log a)x}$$

$$(x^a)' = ax^{a-1} \qquad (a)' = 0$$

微分の公式

f, g を関数, k を定数とする.

$$(f \pm g)' = f' \pm g' \qquad (kf)' = kf'$$

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2} \qquad \left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'}{g^2}$$

$$(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

対数微分法の公式

f を関数とする.

$$(\log f)' = \frac{f'}{f} \qquad f' = f \cdot (\log f)'$$

微分と増減

ある区間 I 上で常に

$$f'(x) \begin{cases} > 0 \\ < 0 \\ = 0 \end{cases} \text{ならば } f(x) \text{ は} \begin{cases} \text{単調増加} \\ \text{単調減少} \\ \text{定数} \end{cases}$$

三角関数の公式

加法定理

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

倍角の公式

$$\begin{aligned} \sin(2x) &= 2 \sin x \cos x \\ \cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ &= 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x \end{aligned}$$

半角の公式

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2} \qquad \cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

逆三角関数の定義

$$\arcsin x = \text{“}\sin y = x \text{ となる } y \left(-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}\right)\text{”}$$

$$\arccos x = \text{“}\cos y = x \text{ となる } y\,(0 \leq y \leq \pi)\text{”}$$

$$\arctan x = \text{“}\tan y = x \text{ となる } y \left(-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right)\text{”}$$

ロピタルの定理

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

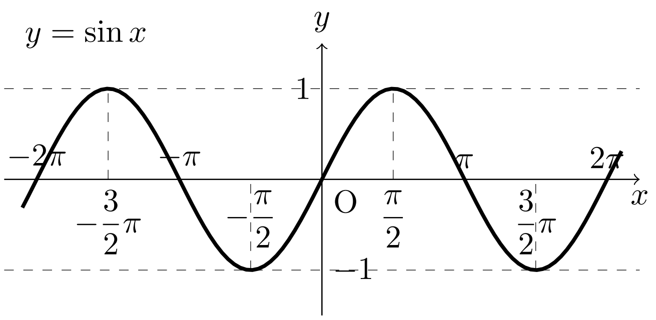
の計算において

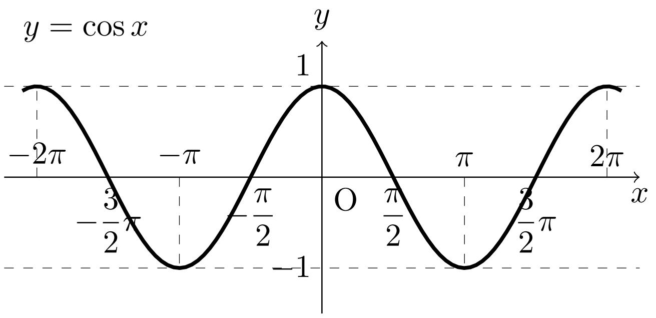
$$\frac{f(a)}{g(a)} \text{ が不定形}$$

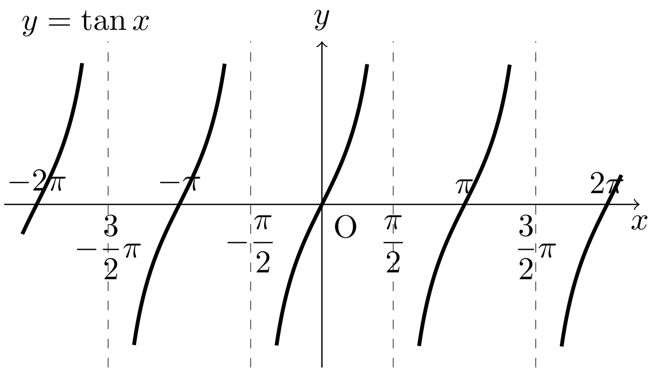
ならば

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

三角関数のグラフの概形







逆三角関数のグラフの概形