「工科系数学 I 及び演習」期末試験対策プリント解答

微分の問題

1. (p48 例 1(1)) $(\sin 3x)' = 3\cos 3x$
2. (p48 例 1(3)) $\left(\sin^2 x\right)' = 2\sin x\cos x$
3. (p49 例 2(2)) $(\cos(3x+5))' = -3\sin(3x+5)$
4. (p49 例 3(1)) $(\tan 5x)' = \dfrac{5}{\cos^2 5x}$
5. (p49 例 3(3)) $\left(\tan(x^2+1)\right)' = \dfrac{2x}{\cos^2(x^2+1)}$
6. (p51A4(1)) $\left(\dfrac{1}{1+\sin 2x}\right)' = -\dfrac{2\cos 2x}{(1+\sin 2x)^2}$
7. (p51A4(4)) $\left(\dfrac{\sin x}{1+\cos x}\right)' = \dfrac{1}{1+\cos x}$
8. (p61[V]) $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
   $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
   $(\arctan x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$
9. (p67 例題 1(3)) $(\log(1+\tan x))' = \dfrac{1}{\cos^2 x(1+\tan x)}$
10. (p69 問 1(4) $\left(e^{\sin x}\right)' = e^{\sin x}\cos x$
11. (p69 問 2(2)) $(e^x\sin(3x))' = e^x(\sin 3x + 3\cos 3x)$
12. (p108 問 1(2)) $(\sin(2x))''' = -8\cos 2x$

微分の応用問題

1. (p89 例題 1) 関数 $y = \dfrac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 2$ の増減を調べよ.

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	3	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$	$\dfrac{11}{3}$	$\searrow$	-7	$\nearrow$

2. (p90 例題 2(1)) 区間 $(0,\pi)$ で $\sin x < x$ が成り立つことを証明せよ.
   証明. $f(x) = x - \sin x$ とおく

$$f'(x) = 1 - \cos x$$

$\therefore$ 区間 $(0,\pi)$ で $f'(x) > 0$
$\therefore$ $f(x)$ は単調増加
$\therefore f(0) = 0 < f(x) \quad (0 < x < \pi)$
$\therefore 0 < x - \sin x \quad (0 < x < \pi)$
$\therefore \sin x < x \quad (0 < x < \pi)$

角度と (逆) 三角関数の値を求める問題

1. (第 17 回課題の 1) 弧度法に変換せよ.
   $30^\circ = \dfrac{\pi}{6} \qquad -90^\circ = -\dfrac{\pi}{2}$
2. (第 17 回課題の 2) 度数法に変換せよ.
   $\dfrac{1}{3}\pi = 60^\circ \qquad -2\pi = -360^\circ$
3. (第 17 回課題の 3)
   $\sin 135^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \qquad \cos\dfrac{1}{3}\pi = \dfrac{1}{2}$
   $\tan\dfrac{1}{4}\pi = 1 \qquad \sin\left(-\dfrac{3}{2}\pi\right) = 1$
4. (p57 例 1)
   $\arcsin 0 = 0 \qquad \arcsin\dfrac{1}{2} = \dfrac{\pi}{6}$
5. (p60 例 2)
   $\arctan 1 = \dfrac{\pi}{4} \qquad \arctan\sqrt{3} = \dfrac{\pi}{3}$

極限の問題

1. (p201 例題 1(1)) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{2x^2 - x - 6}{x^3 - 8} = \frac{7}{12}$
2. (p202 例題 2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x}{e^x} = 0$